M A T E M A T I K A

P L A N I M E T R I E

rovinná geometrie

Základní planimetrické pojmy

Bod - značí se velkými tiskacími písmeny, např. A, B,…P, Q….

Přímka - značí se malými písmeny, např. a, b, p, q …nebo pomocí bodů přímky (s oboustrannou šipkou) $\leftrightarrow AB$

Polopřímka - značí se velkými písmeny a jednostrannou šipkou od počátku polopřímky, např. $\rightarrow AB$ (polopřímka s počátečním bodem A a vnitřním bodem B)

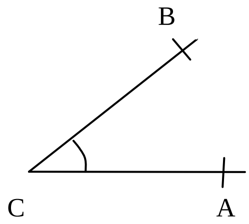
Úsečka - značí se pomocí krajních bodů úsečky, např. AB, KL, …

Délka úsečky (také **velikost úsečky**) - značí se absolutními závorkami , např. $|AB|$

Polorovina - značí se jednostrannou šipkou, hraniční přímkou a vnitřním bodem, např. $\rightarrow ABC$ (hraniční přímka AB a vnitřní bod poloroviny C), popř. $\rightarrow aC$, …

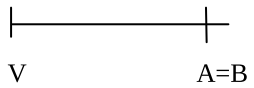
Rovina - značí se řeckými písmeny ρ, σ, τ ... **[**ró, sigma, tau**].** Je-li rovina zadána třemi body A,B,C , označíme ji $\leftrightarrow ABC$

Úhel - zapisujeme pomocí 3 bodů vymezujících tento úhel, přičemž prostřední z nich představuje vrchol, např. $\sphericalangle BCA$

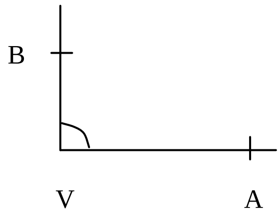


- velikost úhlu zapisujeme $|\sphericalangle BCA|$
- základní dělení úhlů podle velikosti:

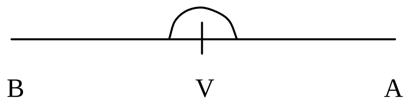
- *nulový*	0°	- *ostrý*	$0^\circ < \alpha < 90^\circ$
- *pravý*	90°	- *tupý*	$90^\circ < \alpha < 180^\circ$
- *přímý*	180°	- *úhly kosé*	společný název
- *plný*	360°		pro úhly ostré a tupé



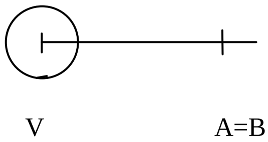
nulový



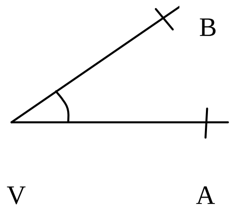
pravý



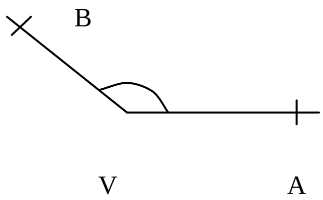
přímý



plný

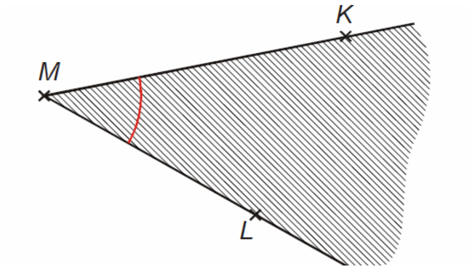


ostrý

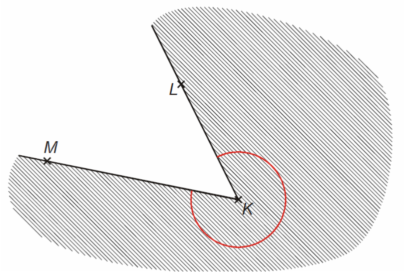


tupý

Úhel konvexní a nekonvexní
Úhel se nazývá konvexní, právě když úsečka s krajními body v libovolných dvou bodech útvaru je částí tohoto útvaru. Útvar, který není konvexní se nazývá nekonvexní.

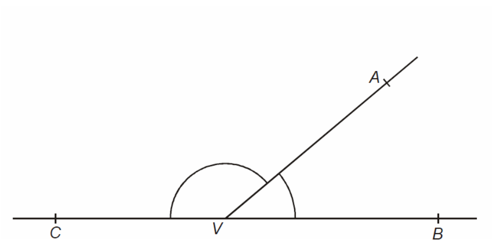


Konvexní úhel

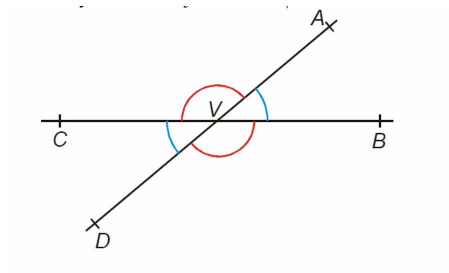


Nekonvexní úhel

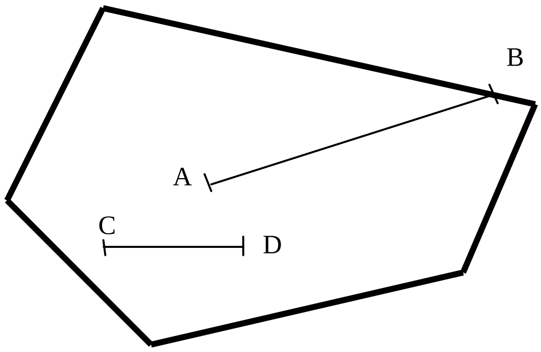
Úhly vedlejší
dva konvexní úhly $\sphericalangle AVB$, $\sphericalangle AVC$, které mají společné rameno VA a ramena jsou navzájem opačné polopřímky. Součet vedlejších úhlů je úhel přímý.



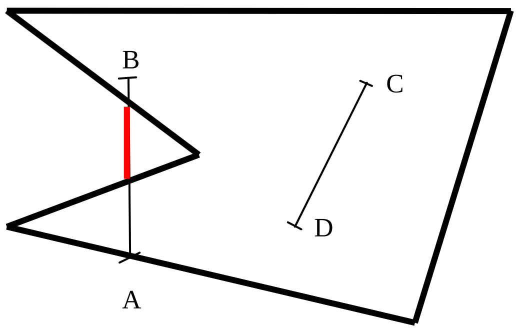
Úhly vrcholové
dva konvexní úhly $\sphericalangle AVB$, $\sphericalangle CVD$, jejichž ramena VA, VD a rovněž tak VB, VC jsou navzájem opačné polopřímky. Úhly $\sphericalangle AVC$ a $\sphericalangle BVD$ jsou taktéž úhly vrcholové
Vrcholové úhly jsou shodné.



Konvexní útvar: libovolné dva body tohoto útvaru lze spojit úsečkou, která celá (tj.všechny její body) leží v tomto útvaru



Nekonvexní útvar (konkávní): existuje-li úsečka, která spojuje dva body tohoto útvaru a přitom některé body úsečky neleží v tomto útvaru



Vzájemné polohy a vzdálenosti útvarů v rovině

Vzájemná poloha a vzdálenost dvou bodů:

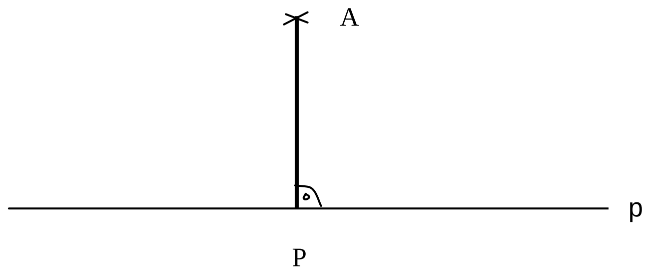
$A = B$	totožné body	$\lvert AB \rvert$ = 0
$A \neq B$	různé body	$\lvert AB \rvert$ = délka úsečky AB

Vzájemná poloha bodu a přímky:

$A \in p$	bod *A* leží na přímce *p*
$A \notin$ q	bod *A* neleží na přímce *q*

Vzdálenost bodu od přímky

- <u>měříme na kolmici</u>: *P* je **pata kolmice** z bodu *A* na přímku *p*;
  $\lvert AP \rvert$ je vzdálenost bodu *A* od přímky *p*: $\lvert AP \rvert = \lvert Ap \rvert$

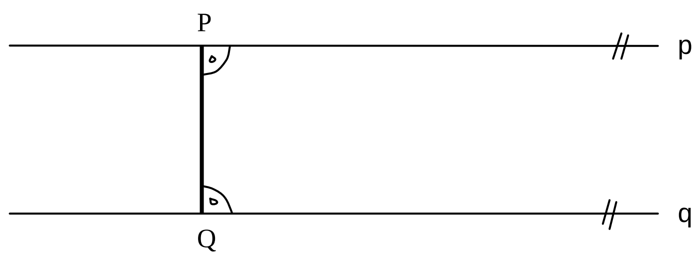


Vzájemná poloha dvou přímek v rovině:

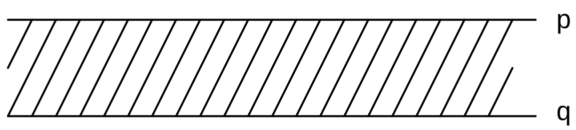
rovnoběžné	$p \parallel q$
různoběžné	$p \nparallel q$
kolmé	$p \perp q$
totožné (splývají)	$p = q$

Vzdálenost dvou rovnoběžek

- měříme na kolmici: vzdálenost pat kolmice vedené k těmto rovnoběžkám;
  $\lvert PQ \rvert$ je vzdálenost rovnoběžek *p, q* : $\lvert PQ \rvert = \lvert pq \rvert$

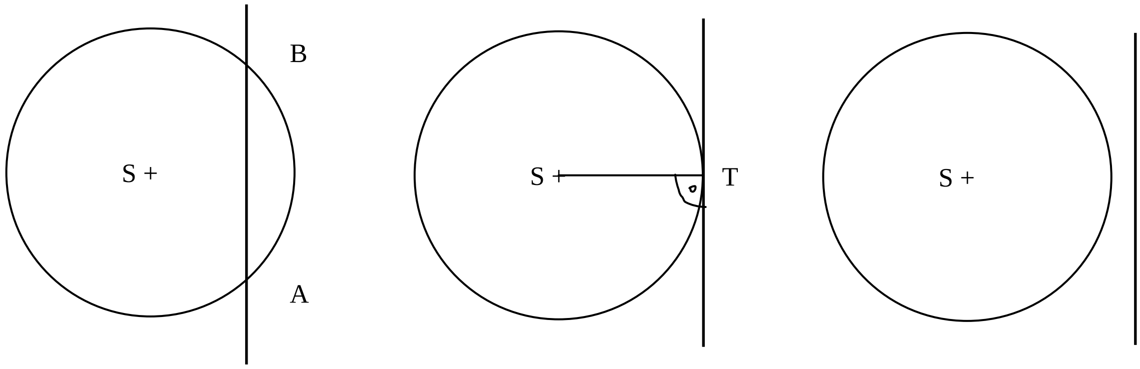


poznámka: část roviny ohraničená dvěma rovnoběžkami = **rovinný pás**



Vzájemná poloha přímky a kružnice:

- **sečna –** protíná kružnici ve dvou bodech.
- **tečna –** má s kružnicí jeden společný bod – bod dotyku, většinou se značí T.
- **vnější přímka –** nemá s kružnicí žádný společný bod.

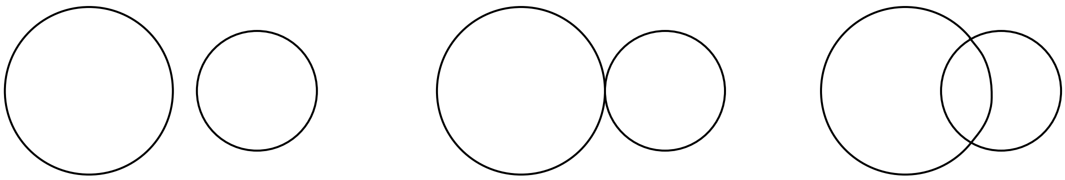


sečna tečna vnější přímka

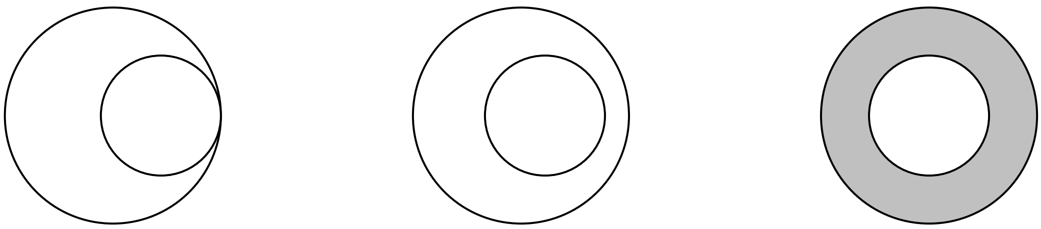
Vzájemná poloha dvou kružnic: $r_1 > r_2$

- **nesoustředné** – vzdálenost mezi oběma středy $|S_1S_2|$ se nazývá **středná**.
  $|S_1S_2| > r_1 + r_2$ …….............každá kružnice leží vně druhé
  $|S_1S_2| = r_1 + r_2$ …………….kružnice mají vnější dotyk
  $r_1 - r_2 < |S_1S_2| < r_1 + r_2$ …….kružnice mají 2 společné body
  $r_1 - r_2 = |S_1S_2|$ ……………..kružnice mají vnitřní dotyk
  $0 < |S_1S_2| < r_1 - r_2$ …………jedna kružnice leží uvnitř druhé

- **soustředné** – mají společný střed, vytvářejí **mezikruží**



Leží vně druhé Vnější dotyk 2 společné body

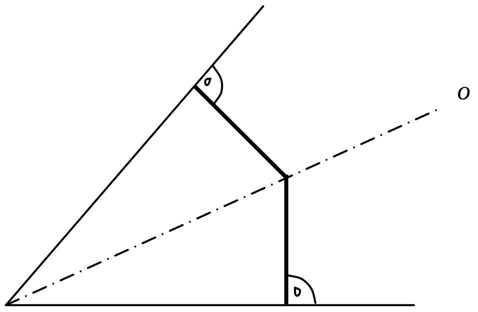


Vnitřní dotyk Jedna leží uvnitř druhé Mezikruží

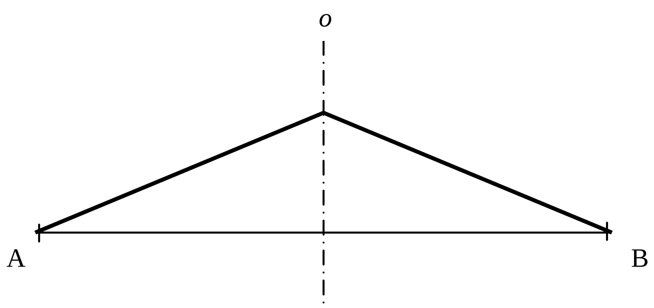
Množiny bodů dané vlastnosti

Kružnice *k* (S; *r* = 6 cm) je množina všech bodů roviny ρ, které mají od daného bodu S (středu kružnice) danou vzdálenost *r* (6 cm).

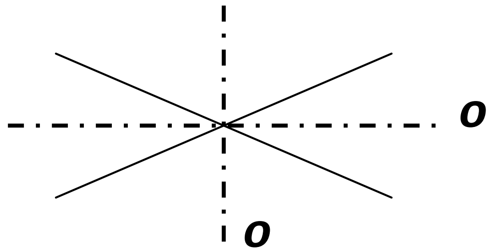
Osa úhlu je množina bodů stejně vzdálených od ramen úhlu



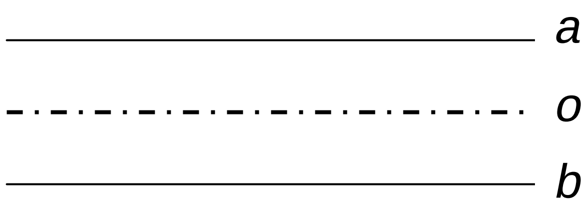
Osa úsečky je množina bodů stejně vzdálených od krajních bodů úsečky



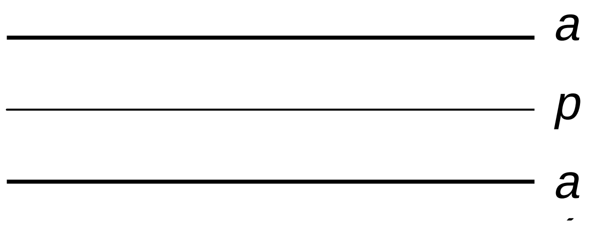
Osy úhlů různoběžek je množina bodů stejně vzdálených od ramen úhlů, tvořených dvěma různoběžkami (osy budou přímky na sebe kolmé)



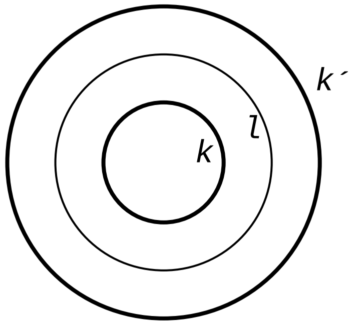
Osa rovinného pásu je množina bodů stejně vzdálených od dvou rovnoběžek *a, b*



Ekvidistanta přímky je množina bodů, které mají od této přímky stejnou vzdálenost
(jsou to dvě rovnoběžky a,$a´$ stejně vzdálené od přímky p)



Ekvidistanta kružnice je množina bodů, které mají od této kružnice (l) stejnou vzdálenost
(jsou to dvě kružnice k, $k´$ soustředné s danou kružnicí)



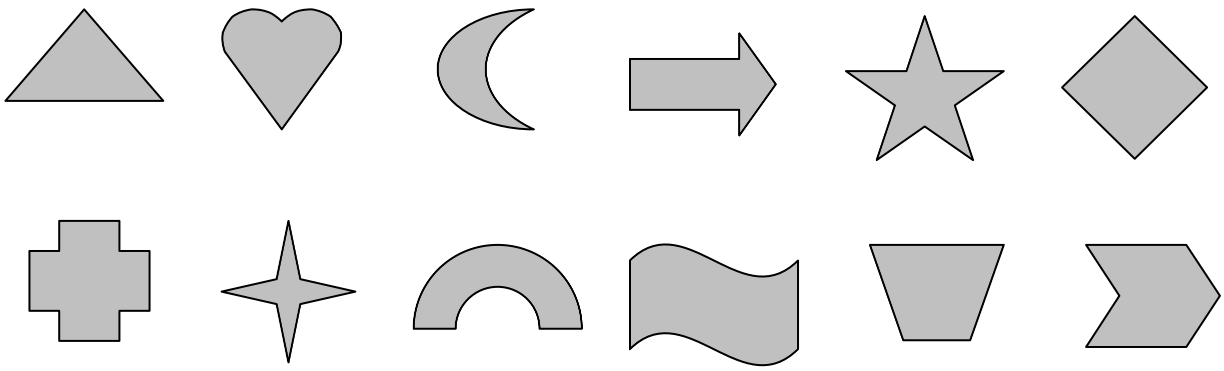
<u>Příklady</u>

1. Zapište matematickými symboly:

bod *A* leží na přímce *p*	úhel při vrcholu *V* má velikost *30*°
(je prvkem přímky *p*)	kružnice *k* má střed v bodě *S* a poloměr *6 cm*
bod *D* neleží na přímce *p*	průsečík přímek *k* , *l*
(není prvkem přímky *p*)	bod *M* leží v průsečíku přímek *k* , *l*
velikost úsečky *AB* je *6 cm*	vzdálenost bodu *C* od přímky p je *7 cm*
(vzdálenost bodů *A,B* je *6 cm)*	vzdálenost přímek *p, q* je *6 cm*
přímka *k* je kolmá na přímku *l*	bod *X* leží na přímce určené body *C, D*
přímka *k* je rovnoběžná s přímkou *l*	bod *Z* leží na polopřímce určené body *M, N*
přímka *k* není rovnoběžná s přímkou *l*	bod *S* je středem úsečky *AB*

2. Vysvětlete, kdy je útvar nazývaný konvexní, kdy nekonvexní.

3. Určete, který geometrický útvar je konvexní:
   kruh, mezikruží, kružnice, čtverec, trojúhelník, šestiúhelník



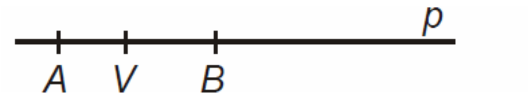
Jednoduché geometrické konstrukce

Základní konstrukce s využitím kružítka:

-sestrojit osu úsečky, střed úsečky
-sestrojit osu úhlu
-sestrojit k přímce daným bodem kolmici a rovnoběžku
-sestrojit úhel o dané velikosti (60^o, 30^o, 90^o, 45^o bez úhloměru)
-sestrojit tečnu kružnice v jejím bodě
-sestrojit (a vysvětlit) ekvidistantu přímky, kružnice

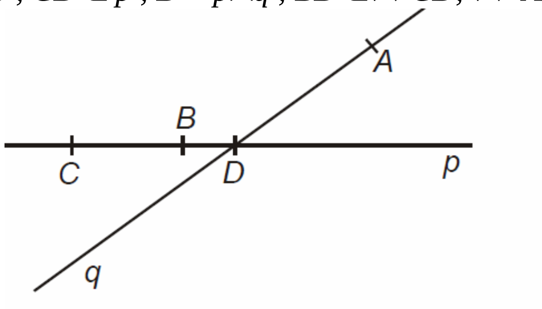
Další úlohy k procvičování

1. Na obrázku vybarvi polopřímku opačnou k polopřímce $\mapsto VB$.



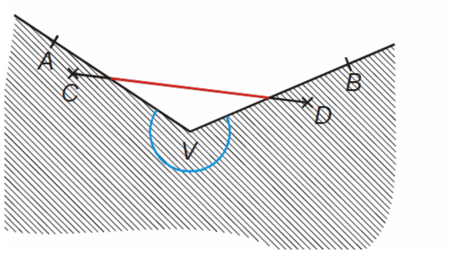
2. Nakresli do obrázku body a přímky tak, aby jejich polohy vyhovovaly následujícím zápisům: $A \notin p$; $CD \subset p$; $D = p \cap q$; $BD \subset \mapsto CD$, $\mapsto AD \subset q$

řešení:

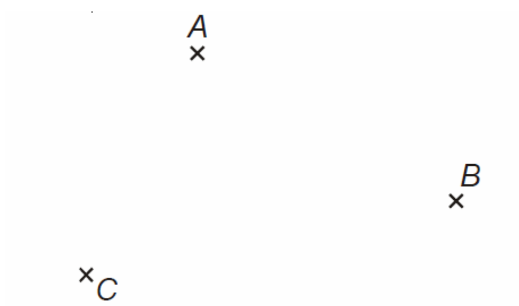


3. Nakresli nekonvexní úhel *AVB* a do něj takové dva body *C*, *D*, které nesplňují podmínku pro konvexní útvar (tedy body z nichž poznáme, že tento úhel není konvexní).

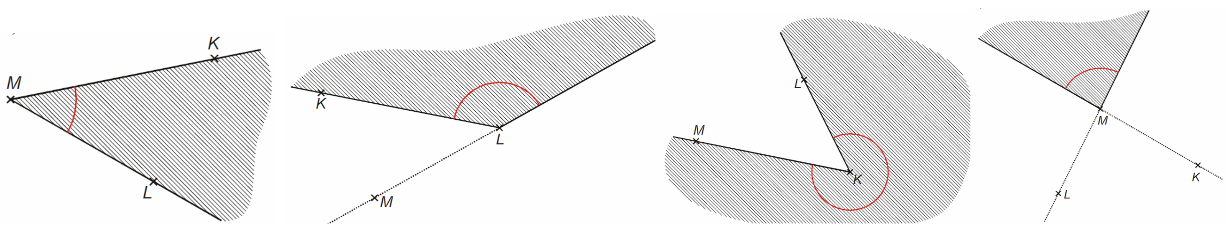
řešení:



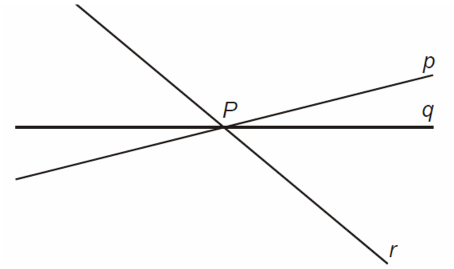
4. Na obrázku jsou v rovině dány tři body *A*, *B*, *C* neležící v přímce. Do obrázku vyznač:
   a) konvexní úhel *ABC*
   b) vrcholový úhel ke konvexnímu úhlu *CAB*
   c) nekonvexní úhel *ACB*
   d) vedlejší úhel ke konvexnímu úhlu *ABC* a ramenem *BC*



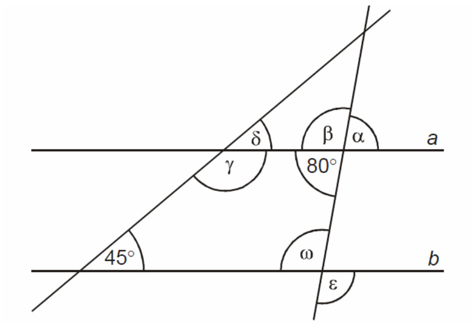
5. Popiš pomocí bodů *K*, *L*, *M* a pojmů konvexní, nekonvexní, vedlejší, vrcholový úhly na obrázcích:



6. Na obrázku se protínají v jednom bodě tři přímky. Označ shodné úhly.



7. Urči velikosti úhlů vyznačených na obrázku. Platí $a \parallel b$.



8. Úsečku *AB* (libovolné délky) rozdělte v poměru 3 : 4.

řešení:
Z krajního bodu úsečky vedeme pod libovolným ostrým úhlem polopřímku a na ni vyznačíme 3 + 4 = 7 stejných libovolně dlouhých dílků. Poslední krajní bod 7.dílku spojíme s druhým koncem úsečky a koncovým bodem 3.dílku vedeme s touto spojnicí rovnoběžku. Ta nám protne úsečku *AB* v hledaném bodě *X*.