Exponenciální rovnice

Vzorce pro počítání s mocninami:

$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$

$a^r : a^s = a^{r-s}$

$\left(a^r\right)^s = a^{rs}$

$\sqrt[m]{a} = a^{\frac{1}{m}}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$

$\left(ab\right)^r = a^r \cdot b^r$

$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

Obecný návod řešení rovnic:

Rovnice postupně převedeme na tvar $a^{x_1} = a^{x_2}$. Rovnají-li se základy mocnin a, pak můžeme porovnávat exponenty, tedy platí $x_1 = x_2$.

<u>Základní rovnice</u>

$2^x = 8$

$5^x = 125$

$4^x = \frac{1}{64}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^x = 16$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-x} = 81$

$4^{x-2} = 0{,}125$

$\left(\frac{3}{5}\right)^x = \left(1\frac{2}{3}\right)^3$

$4^{\frac{2x}{4}} = 16^{x+1}$

$10^x = 0{,}1 \cdot 1000^{x-1}$

$\frac{1}{5^{2x-4}} = 125$

$\frac{10^{\frac{1}{3}} \cdot 1000}{10^x} = 0{,}01$

$2^{3x-1} \cdot 4 = 8^{x+1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$

<u>Pomocí vytýkání</u>

$4^{x+1} - 8 \cdot 4^{x-1} = 32$

$9^{x+2} + 5 \cdot 9^{x+1} = 14$

$4 \cdot 3^{x+1} - 3^{x+2} - 3^{x-1} = 72$

$3^{x+2} + 3^{x+1} + 2 \cdot 3^x = 126$

$3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} = 13$

$3^{5x-4} + 3^{5x} = 82$

$8^{x-1} - 2^{3x-2} + 8 = 0$

$4^{x-1} + 4^{x-2} + 4^{x-3} = 42$

$2^{x+2} - 2^x = 96$

$3^{x-3} = 108 - 3^{x-2}$

$5^{x+1} - 15 \cdot 5^{x-1} = 1250$

<u>Pomocí substituce</u>

$4^{2x} - 6 \cdot 4^x + 8 = 0 \qquad K = \{0{,}5; 1\}$

$3^{2x} - 12 \cdot 3^x + 27 = 0 \qquad K = \{1; 2\}$

$2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0 \qquad K = \{1; 2\}$

$10^{2x} - 11 \cdot 10^x + 10 = 0 \qquad K = \{0; 1\}$

$2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 2 = 0 \qquad K = \{0; 1\}$

$10 \cdot 2^x - 4^x = 16 \qquad K = \{1; 3\}$

$3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$

$4^x - 6 \cdot 2^x = 160$

$4^x + 2^{x+1} = 80$

$9^{x+1} + 8 \cdot 3^x - 1 = 0$

$6^{(x+1)} + 6^{(1-x)} = 37 \qquad K = \{-1; 1\}$

Poznámka:

Nemůžeme-li rovnice převést na tvar $a^{x_1} = a^{x_2}$, tj. na každé straně máme jiný základ, užijeme k výpočtu logaritmu:

$$a^x = b^y \quad \Rightarrow \quad \log_{10} a^x = \log_{10} b^y \quad \Rightarrow \quad x \cdot \log_{10} a = y \cdot \log_{10} b$$