Mocniny s racionálním exponentem

Základní úroveň:

1. Pro kladné základy mocnin zjednodušte:

a) $b^{\frac{2}{3}}.b^{\frac{3}{4}}$; **b)** $x^{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{9}}x^{\frac{1}{12}}$; **c)** $a^{0,3}.a^{-3,4}$; **d)** $m^{-\frac{1}{2}}m^{-1}m^{-0,5}$; **e)** $a^{-\frac{1}{5}}:a^{-\frac{5}{3}}$;

f) $b^{-0,3}:b^{-0,5}$; **g)** $k^{0,25}:k^{-3,5}$; **h)** $a^{\frac{1}{2}}.a^{\frac{1}{3}}:a$;

2. Pro kladné základy mocnin zjednodušte:

a) $\dfrac{x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{2}{3}}}$; **b)** $\dfrac{a^{2}b^{0,75}c^{0,5}}{xy^{\frac{2}{3}}}$; **c)** $m^{\frac{4}{5}}n^{-\frac{3}{4}}m^{-\frac{2}{3}}n^{2}$; **d)** $\dfrac{a^{0,3}b^{-3,4}}{a^{-1,3}b^{2,1}}$; **e)** $\left(a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$;

f) $\left(\dfrac{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{2}{3}}}{x}\right)^{\frac{4}{3}}$; **g)** $\left[\left(\dfrac{a^{\frac{1}{2}}a^{-2}}{a^{\frac{1}{3}}}\right)^{-2}\right]^{\frac{1}{5}}$; **h)** $\left(\dfrac{m^{\frac{1}{3}}}{m^{\frac{1}{2}}m^{-1}}\right)^{\frac{3}{4}}$; **i)** $\dfrac{\left(a^{\frac{3}{4}}b^{-\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}}{\left(a^{\frac{1}{2}}b^{-\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{3}{4}}}$; **j)** $\dfrac{\left(x^{\frac{2}{3}}y^{-1}z\right)^{-\frac{1}{3}}}{\left(x^{-1}y^{-\frac{3}{2}}z^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}}$;

3. Upravte a výsledek zapište ve tvaru odmocniny:

a) $2\,.\,8^{\frac{1}{2}}-7\,.\,18^{\frac{1}{2}}+5\,.\,72^{\frac{1}{2}}-50^{\frac{1}{2}}$; **b)** $12\,.\,3^{\frac{1}{2}}+2\,.\,12^{\frac{1}{2}}-27^{\frac{1}{2}}$;

c) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}.\left(\dfrac{3}{4}\right)^{\frac{1}{4}}.\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}}.\sqrt[8]{18}$; **d)** $2^{\frac{1}{2}}.\,4^{\frac{1}{3}}.\,8^{\frac{1}{4}}.\,16^{\frac{1}{6}}.\,32^{\frac{1}{12}}$;

e) $\left(2^{\frac{1}{2}}+3^{\frac{1}{2}}\right)\left(10^{\frac{1}{2}}-15^{\frac{1}{2}}\right)$; **f)** $\left(15^{\frac{1}{2}}-10^{\frac{1}{2}}+5^{\frac{1}{2}}-5\right):5^{\frac{1}{2}}$;

g) $\left[2\left(2.2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{2}}$; **h)** $\left(15^{\frac{1}{2}}-21^{\frac{1}{2}}+35^{\frac{1}{2}}\right)^{2}$;

4. Upravte a výsledek vyjádřete jako mocniny prvočísla:

a) $\left(\dfrac{2\sqrt[4]{2}}{\sqrt[3]{2^{2}}}\right)^{\frac{6}{7}}$ **b)** $\dfrac{\left(15^{\frac{1}{3}}.27^{\frac{1}{2}}\right)^{-3}}{\left(25^{\frac{1}{4}}.9^{\frac{1}{8}}\right)^{-2}}:\dfrac{\sqrt{\sqrt[3]{9}}}{\sqrt[3]{3.\sqrt[4]{27}}}$ **c)** $\dfrac{\left(10^{\frac{1}{3}}.8^{-\frac{1}{2}}\right)^{-3}}{\left(5^{\frac{1}{4}}.4^{\frac{1}{8}}\right)^{2}}:\dfrac{\sqrt{2\sqrt[3]{4}}}{\sqrt[3]{2\sqrt[4]{4}}}$

5. Zjednodušte pro kladné základy mocnin a výsledek opět zapište pomocí odmocnin:

a) $x\sqrt{x}$; **b)** $a^{2}\sqrt{a}\,.\sqrt[3]{a}$; **c)** $\sqrt[4]{b\sqrt[3]{b}}$; **d)** $\dfrac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{a}}$; **e)** $\sqrt{x}\,.\sqrt[3]{x^{2}}\,.\sqrt[4]{x^{3}}$; **f)** $\sqrt{\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^{2}}}}$;

6. Pro kladné základy odmocnin zjednodušte a vyjádřete jako mocniny:

a) $ab\sqrt{b}\sqrt[3]{a}$; **b)** $\sqrt{x}\sqrt[3]{y}\sqrt[4]{x}\sqrt[6]{y}$; **c)** $\dfrac{a\sqrt{b}}{b\sqrt{a}}$; **d)** $\dfrac{\sqrt{m}\sqrt[3]{n}}{mn}$; **e)** $\sqrt{\sqrt{x}}$;

f) $\sqrt{x\sqrt{x}}$; **g)** $\sqrt[3]{\dfrac{a}{\sqrt{a}}}$; **h)** $\sqrt{\dfrac{a\sqrt[3]{a}}{\sqrt{a}}}$ **i)** $\sqrt{\dfrac{a\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a\sqrt{b}}}}$; **j)** $\sqrt{\dfrac{x^3\sqrt{y}}{y\sqrt[3]{x}}}$;

k) $\sqrt{\dfrac{m}{n}\sqrt[3]{\dfrac{m}{n}}}$; **l)** $\sqrt[3]{\dfrac{a\sqrt{b}}{c}} : \sqrt{\dfrac{b\sqrt{c}}{a}}$; **m)** $\sqrt{\dfrac{\sqrt{a}\cdot\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a^4}\cdot\sqrt{a^3}}}$ **n)** $\sqrt[5]{\left(\dfrac{\sqrt{a}.a^{-2}}{a^{\frac{1}{3}}}\right)^{-2}}$

<u>Výsledky</u>:

1.a) $\left[b^{\frac{17}{12}}\right]$, **b)** $\left[x^{\frac{19}{36}}\right]$, **c)** $\left[a^{-3,1}\right]$, **d)** $\left[m^{-2}\right]$, **e)** $\left[a^{\frac{22}{15}}\right]$, **f)** $\left[b^{\frac{1}{5}}\right]$, **g)** $\left[k^{3,75}\right]$, **h)** $\left[a^{-\frac{1}{6}}\right]$,

2.a) $\left[x^{-\frac{1}{3}}y^{-\frac{1}{6}}\right]$, **b)** $\left[a^{0,75}b^{0,25}c^{-0,5}\right]$, **c)** $\left[m^{\frac{2}{15}}n^{\frac{5}{4;}}\right]$, **d)** $\left[a^{1,6}b^{5,5}\right]$, **e)** $\left[ab^2\right]$, **f)** $\left[x^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{8}{9}}\right]$, **g)** $\left[a^{\frac{11}{15}}\right]$,

h) $\left[m^{\frac{5}{8}}\right]$, **i)** $\left[b^{-\frac{1}{6}}\right]$, **j)** $\left[x^{\frac{9}{4}}y^{\frac{4}{3}}z^{-\frac{2}{3}}\right]$, **3.a)** $\left[8\sqrt{2}\right]$, **b)** $\left[13\sqrt{3}\right]$ **c)** $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{24}}\right]$, **d)** [8], **e)** $\left[-\sqrt{5}\right]$

f) $\left[\sqrt{3}-\sqrt{2}+1-\sqrt{5}\right]$, **g)** $2^{\frac{7}{8}}$, **h)** $\left[71-6\sqrt{35}+10\sqrt{21}-14\sqrt{15}\right]$, **4.a)** $[2^{\frac{1}{2}}]$, **b)** $[3^{-\frac{19}{4}}]$, **c)** $\left[\dfrac{2^{\frac{8}{3}}}{5^{\frac{3}{2}}}\right]$

5.a) $\left[\sqrt{x^3}\right]$, **b)** $\left[\sqrt[6]{a^{17}}\right]$, **c)** $\left[\sqrt[3]{b}\right]$, **d)** $\left[\dfrac{1}{\sqrt[6]{a}}\right]$, **e)** $\left[\sqrt[12]{x^{23}}\right]$, **f)** $\left[\dfrac{1}{\sqrt[12]{a}}\right]$,

6.a) $\left[a^{\frac{4}{3}}b^{\frac{3}{2}}\right]$, **b)** $\left[x^{\frac{3}{4}}y^{\frac{1}{2}}\right]$, **c)** $\left[a^{\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{2}}\right]$, **d)** $\left[m^{-\frac{1}{2}}n^{-\frac{2}{3}}\right]$, **e)** $\left[x^{\frac{1}{4}}\right]$, **f)** $\left[x^{\frac{3}{4}}\right]$, **g)** $\left[a^{\frac{1}{6}}\right]$ **h)** $\left[a^{\frac{5}{12}}\right]$,

i) $\left[a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{12}}\right]$, **j)** $\left[x^{\frac{4}{3}}y^{-\frac{1}{4}}\right]$, **k)** $\left[\left(\dfrac{m}{n}\right)^{\frac{5}{6}}\right]$ **l)** $\left[a^{\frac{5}{6}}b^{-\frac{1}{3}}c^{-\frac{7}{12}}\right]$, **m)** $[\frac{1}{a}]$, **n)** $\left[a^{\frac{11}{15}}\right]$